VARIABLE ALEATORIA DISCRETA

1. Por descuido, una persona ha colocado en un solo archivador tres expedientes con errores y siete sin errores. Si escoge al azar y sin reposición tres expedientes y define la v.a X como el número de expedientes elegidos con errores:
   a) Construya la distribución de probabilidad de X.
   R: Probabilidades: P (X=0)= 0.2917, P (X=1)= 0.525, P (X=2)= 0.175, P (X=3)=0.00833
   b) ¿Cuál es la probabilidad de que elija:
   b.1) dos que no tienen errores (es decir, 1 con error). R: 0.525
   b.2) a lo más uno que tiene errores. R: 0.8166
   b.3) los tres que tienen errores. R: 0.00833

2. La probabilidad de que el pedido de un cliente no se despache a tiempo es 0.10. Un cliente realiza 3 pedidos en forma independiente. Considere la v.a. X como el número de pedidos enviados a tiempo
   a) Construir la función de probabilidad y la función de distribución de X.
   b) Calcular: i) $P(X \leq 2)$ R: 0.2710
   ii) $P(X \geq 2)$ R:0.972

3. Un estudio contable tiene como clientes a 25 empresas (15 de Lima y 10 de provincias), para una revisión de los estados de cuenta se eligen al azar a 2 de ellas; si X es la variable aleatoria que representa el número de empresas de Lima elegidas.
   a) Construya la función de probabilidad de X.
   b) Construya la Función de distribución de X.
   c) Calcule la probabilidad que X sea como máximo (a lo más) 1.
   R: 0.65
   d) Calcule la probabilidad que X sea mayor a 1.
   R: 0.35
   e) Dado que X es como máximo 1, calcule la probabilidad que X sea mayor a 0.
   R:0.7692

4. Una compañía de seguros ofrece a una persona de 45 años una póliza de $100,000 por un año, por una prima anual de $1,200. Asuma que el número de muertes en este grupo de edad es de 5 por cada 1000. ¿Cuál es la ganancia esperada para la compañía de seguros con una póliza de estas condiciones?

   R: Ganancia esperada de la Compañía de Seguros = E(X)=700
   X: ganancia de la cia =I - C

X	-98800	1200
f(x)	0.005	0.995

   E(X) = -98800*0.005 + 1200*0.995 = 700

5. Un inversionista tiene la posibilidad de colocar sus activos en dos títulos financieros distintos. Si compra acciones de “A” la ganancia será de $420 y la pérdida de $110, en el lapso de una semana. Si compra acciones de “B” la ganancia será de $650 y la pérdida de $300.
   Si existe la misma posibilidad de obtener ganancia para ambas acciones. ¿Cuál debería ser el valor de probabilidad, para que el inversionista se encuentre indiferente entre una u otra acción? R: 0.4524

6. El número de llamadas que recibe una empresa, cada minuto, es una variable aleatoria, X, cuya función de probabilidad está dada por:

   $f(x) = (e^{-2}.2^{x})/x!$ donde x=0,1,2,.....

   a) Determine la probabilidad de que en un minuto la empresa no reciba llamadas.
   R: 0.1353

b) ¿Cuál es la probabilidad de que en un minuto se reciba a lo más una llamada?
R: 0.4059
c) Hallar la probabilidad de que en un minuto la empresa reciba más de 2 llamadas?
R: 0.3233
d) Hallar la probabilidad de que en un minuto la empresa reciba por lo menos 2 llamadas?
R: 0.5940

7. El número de defectos que produce por día una máquina es una variable aleatoria X con distribución de probabilidad:

X	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
f(x)	**0.075**	**0.250**	**0.275**	**0.125**	**0.175**	**0.100**

a) Si en un día se produjo más de un defecto, ¿cuál es la probabilidad de que se haya producido a lo más 4?
R: 0.8519
b) ¿Cuál es la probabilidad de que se haya producido a lo más (como máximo) 3 defectos?
R:0.725
c) ¿Cuál es la probabilidad de que se haya producido más de 3 defectos?
R:0.275
d) ¿Cuál es la probabilidad de que se haya producido por lo menos 3 defectos?
R:0.4
e) El costo de reparación está dado por C = 25 + 20X . Hallar E(C), V(C), σ(C) y CV(C).
: E(C)= 72.5, V(C)=853.75, σ(C)= 29.219, CV(C)=40.3021%

8. Un inversionista está considerando tres estrategias para una inversión de 1.000 dólares. Se estima que los posibles rendimientos son los siguientes:

Estrategia 1: Un beneficio de 10.000 dólares con probabilidad 0.15 y una pérdida de 1.000 dólares con probabilidad 0.85.

Estrategia 2: Un beneficio de 1.000 dólares con probabilidad 0.50 y una pérdida de 500 dólares con probabilidad 0.50.

Estrategia 3: Un beneficio seguro de 400 dólares.

¿Qué estrategia tiene mayor beneficio esperado? ¿Aconsejarías al inversionista que adoptara necesariamente esta estrategia?
R: Beneficios esperados: Estrategia 1= 650 dólares, estrategia 2=250 dólares, estrategia 3 (segura)= 400

9. Compu América S.A es una empresa importadora de Laptops de última generación. Para su campaña universitaria compra 5 Laptops (exclusivas en tamaño y presentación) al precio unitario de 1200 dólares y las vende a 1700 dólares la unidad. Debido al avance vertiginoso de la innovación tecnológica, después de 1 mes de exposición, la Laptop que no se vendió tiene que ser retirada del mercado y devuelta al distribuidor quien entrega a Compu América una cantidad igual a 80% del precio unitario al que se le vendió. Se ha demostrado mediante una investigación de mercado, que la tabla de distribución de probabilidad de X: Numero de Laptops vendidas, es la siguiente:

X	0	1	2	3	4	5
f(x)	0.05	0.15	0.05	0.20	0.30	0.25

a) Hallar el número esperado de laptop vendidas por Compu América S.A.
R: E(X)=3.3
b) Hallar la V(X). R: $E(X^2)$=13.2,
V(X)= 2.31
c) Hallar e interpretar el valor esperado, la varianza, la desviación estándar y el coeficiente de variación de la utilidad neta de la empresa por la venta de las Laptops.

R: Utilidad neta: valor esperado = 1,242 dólares,varianza = 1´264,956 dólares^2, la desviación estándar = 1,124.70 dólares y el coeficiente de variación = 90.56%

10. Sea la variable aleatoria X definida como el número de reclamos diarios de los clientes de una empresa de turismo, cuya función de probabilidad es:

$$f(x) = (x + c)/25, \quad \text{donde: } x=1,2,3,4,5$$

a) Halle el valor el valor de *c* para que f(x) sea una función de probabilidad. R: C=2
b) Halle la distribución de probabilidad.
R: Probabilidades= P (X=1)= 0.12, P (X=2)= 0.16, P(X=3)= 0.20, P (X=4)= 0.24, P (X=5)= 0.28
c) Calcule el número de reclamos esperado.
R: 3.4

11. Una variable aleatoria discreta asume dos valores (**a** y **b**) con una media igual a 17.5; se sabe que la probabilidad de ocurrencia de **b** es el triple de la probabilidad de ocurrencia de **a**. Si la suma de los valores **a** y **b** es igual a 30:

a) Indique cuáles son los valores **a** y **b**. Complete la distribución de probabilidad de la variable X.

X	**a =**	**b =**	**Total**
f(x)			

R: a=10, b=20, P(x=10)=0.25, P(x=20)=0.75

b) Hallar el coeficiente de variación de la variable X. Indique detalladamente el procedimiento.

R: 24.743583 %

c) Se tiene la variable Y definida como: Y = 0.90 X + 10
¿La distribución de la variable Y es más homogénea que la distribución de la variable X? Justifique y sustente su respuesta R: CV(Y) < CV(X)

VARIABLE ALEATORIA CONTINUA

1. El tiempo X, en horas, que se invierte en ensamblar cierto artículo se puede modelar con una función de densidad de la forma siguiente:

$$f(x) = \begin{cases} kx & 0 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases}$$

a) Hallar el valor de la constante k.
R:1/8
b) Calcular la probabilidad de que el tiempo de ensamblaje esté entre 1.5 y 3 horas.
R:0.421875
c) Si el tiempo de ensamblaje de cierto artículo es por lo menos una hora y media, ¿Cuál es la probabilidad de que la duración de este ensamblaje sea de a lo más 3 horas?
R: 0.490909

2. El porcentaje de utilidad en una transacción económica es una variable aleatoria cuya función de densidad es la siguiente:

$$f(x) = Kx^2 \qquad 0 \leq x < 1$$

a) Hallar la constante K. R: K=3

b) Calcule la probabilidad de que el porcentaje de utilidad sea superior al 75% R: 0.578125
c) Si se sabe que el porcentaje de utilidad es superior a 75% ¿Cuál es la probabilidad de que sea a lo más 90%? R: 0.531243
d) Determine el valor esperado, la varianza, la desviación estándar y el CV del porcentaje de utilidad de dicha transacción económica.
R: $E(X)= 0.75$, $E(X^2)=0.60$, $V(X)= 0.0375$, $\sigma_x=0.193649$, $CV(X)=25.82\%$
e) Supongamos que debido a ciertas medidas decretadas por el gobierno, en las transacciones económicas del ejemplo desarrollado anteriormente el porcentaje de utilidad obtenido se ha modificado de la siguiente manera: $Y = 1.5X + 0.7$
Determine la media, la varianza y el CV de la utilidad luego de realizada la modificación.
R: $E(Y)=1.825$, $V(Y)= 0.084375$ $CV(Y)=15.91\%$

3. El tiempo X, en horas, que se invierte en ensamblar cierto artículo se puede modelar con una función de densidad de la forma siguiente:

$$f(x) = 2x, \qquad 0 < x < 1$$

Calcule las siguientes probabilidades: utilizando la función de densidad y luego la función de distribución acumulada.

a) La probabilidad de que el tiempo de ensamblaje dure a lo sumo media hora.
R: 0.25
b) La probabilidad de que el tiempo de ensamblaje dure como mínimo media hora.
R: 0.75
c) La probabilidad de que el tiempo de ensamblaje dure más de un cuarto de hora pero menos de tres cuartos de hora.
R: 0.5
d) La probabilidad de que se invierta más de 45 minutos en la reparación de dicho artículo.
R: 0.4375

4. La cantidad real de café (en gramos) en un recipiente de 230 gramos llenado por cierta máquina es una variable aleatoria cuya función de densidad de probabilidad está dada por:

$$f(x)= 1/5 \qquad 227.5 ¿ x ¿ 232.5$$

a) Calcular la probabilidad de que un recipiente de 230 gramos contenga cuanto mucho 228.65 gramos.
R: 0.23
b) Calcular la probabilidad de que un recipiente contenga entre 228.65 gramos y 232 gramos. R:0.67
c) Calcular el contenido esperado del recipiente.
$E(X)$: 230
d) Calcular la varianza del contenido del recipiente y el CV.
R: $E(X^2)= 52{,}902.0833$, $V(X)=2.0833$, $\sigma_x=1.443$, $CV(X)= 0.627\%$

5. Las ventas diarias (en miles de soles) se representan mediante una v. a. X con la siguiente función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} x & si \quad 0 \le x < 1 \\ 2-x & si \quad 1 \le x < 2 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Hallar:

a) La media de las ventas diarias y su varianza R: $E(X)=1$, $E(X^2)=7/6$, $V(X)= 1/6$
b) La probabilidad de que las ventas diarias superen los 1,500 soles R: 0.125
c) La probabilidad de que las ventas diarias superen los 500 soles R:0.875

6. El tiempo de duración (en años) de un determinado componente de un juguete electrónico es una variable aleatoria que tiene por función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} 2x \ si \ \ 0 \leq x \leq 1 \\ 0 \ \ otro \ caso \end{cases}$$

a) Si se elige un componente ¿Cuál es la probabilidad de que dure más de 4 meses? R: 0.8888889

b) ¿Cuál es la duración mínima del 10% de componentes considerados los de mayor duración? R:0.9487 años

c) Suponga que el precio (Y) de estos componentes está relacionado con el tiempo de duración de los mismos, de manera que: Y = 0.8X +1
¿Es la distribución del precio de estos componentes, más homogénea que la distribución del tiempo de duración de los mismos? R: CV(X)= 35.35% , CV(Y) = 12.297% , CV(Y)< CV(X)

Distribuciones Notables

- **Discretas: Distribuciones Binomial, hipergeométrica y de Poisson.**
- **Continuas: Distribución Uniforme, Exponencial y Normal.**

DISTRIBUCION BINOMIAL

1. Con base en experiencia reciente, 10% de los engranajes producidos por una máquina automática de alta velocidad resultan defectuosos. Cuál es la probabilidad de que si se seleccionan 8 engranajes al azar:
   a) Exactamente dos sean defectuosos. R: 0.148803
   b) A lo más uno sea defectuoso. R: 0.813105
   c) Más de cuatro sean defectuosos R: 0.000432
   d) Por lo menos cuatro sean defectuosos R: 0.005024

2. La probabilidad de que el pedido de un cliente no se despache a tiempo es 0.10. Un cliente realiza 15 pedidos, los tiempos que hay entre pedidos pueden considerarse como eventos independientes. Sea X el número de pedidos enviados a tiempo.
   a) Indicar la función de probabilidad de la variable X.
   b) Calcular: i) $P(X \leq 5)$. R: 0.0000002
   ii) $P(X \geq 8)$. R: 0.9999664

3. Un estudiante ha estudiado para un examen de forma que tiene una probabilidad de 0.7 de desarrollar correctamente un problema. Si para aprobar el examen debe resolver

correctamente al menos la mitad de los problemas, ¿qué tipo de examen le sería más favorable, uno de 4 problemas o uno de 6?
R: La probabilidad que el alumno apruebe el examen de 4 problemas es: 0.9163; la probabilidad que el alumno apruebe el examen de 6 problemas es: 0.92953

4. Suponga que un estudiante no tuvo tiempo para estudiar y se presenta a dar un examen de opción múltiple que consta de 20 preguntas, y en el que cada pregunta vale un punto y tiene cinco opciones (a, b, c, d, y e), en donde sólo una es la correcta. Como el estudiante no conoce la respuesta correcta de ninguna de las preguntas, responde completamente al azar.

   a) ¿Cuál es la probabilidad de que el estudiante apruebe el examen? (nota mínima aprobatoria = 11).
   X: Nro de preguntas correctamente contestadas Rx = 0, 1, 2, ……., 20

   X dist B(n=20, p=1/5) P(Aprobar) = P(X >=11)= R: 0.000563

   b) ¿Cuál será la nota esperada?, ¿y la varianza y desviación estándar? R: E(X)= 4 V(X)= 3.2 σ_x=1.789
   E(X) = np =20*1/5 = 4 V(X)=np(1/p)= DE =raíz (V(X))=

   c) ¿Cuál sería la probabilidad de aprobar el examen si las 20 preguntas tienen respuestas de verdadero o falso?
   R: 0.411901
   X: Nro de preguntas correctamente contestadas Rx = 0, 1, 2, ……., 20
   X dist B(n=20, p=1/2) P(X >=11)=

5. En una tienda de alquiler de autos, cada vez que un cliente alquile un automóvil debe pagar un monto fijo de $20, Si alquila un auto tipo A debe pagar adicionalmente $15 y si alquila un auto de otro tipo debe pagar adicionalmente $5. Se sabe que la probabilidad de que un cliente alquile un auto tipo A es de 0,8. De 25 clientes que alquilan autos en esta tienda:
   a) Construya la distribución de probabilidad de los clientes que alquilan automóviles tipo A.
   b) Determine la función de los ingresos y el ingreso esperado que producen a la tienda los 25 clientes que alquilan automóviles. R: Ingreso = 10X + 625 , E (X)=20 , E(Ingreso) = 825

   I = IF + IV = 25*20 + 15X + 5(25-X) = 10X +625
   E(I)= E(10X +625) = 10.E(X) + 625 =

<u>DISTRIBUCION HIPERGEOMETRICA</u>

1. Un ingeniero de planta tiene 7 artículos producidos en la máquina A y 5 artículos producidos en la máquina B. Si el asistente selecciona al azar 4 de los artículos para que sean inspeccionados.
   a) Construya la función de probabilidad de la variable X : número de artículos de la máquina B seleccionados por el asistente para que sean inspeccionados.
   b) ¿Cuál es la probabilidad que el número de artículos de la máquina B seleccionados por el asistente sea exactamente 1?
   R: 0.353535
   c) ¿Cuál es la probabilidad que el número de artículos de la máquina B seleccionados por el asistente sea como máximo 3?
   R: 0.989899
   d) ¿Cuál es la probabilidad que el número de artículos de la máquina B seleccionados por el asistente sea más de 3?
   R: 0.0101
   e) ¿Cuál es la probabilidad que el número de artículos de la máquina B seleccionados por el asistente sea menos de 3? R: 0.848485

2. Una compañía recibe un lote de 25 artículos. Dado que la probabilidad de inspección de cada artículo es costosa, se sigue la política de analizar una muestra aleatoria de seis artículos de cada envío, aceptando el lote si no hay más de un artículo defectuoso en la muestra.

a) Hallar la probabilidad de que sea aceptado un lote que tiene cinco artículos defectuosos. R: 0.656578
b) Si el lote tiene 3 artículos defectuosos, ¿cuál es la probabilidad de aceptarlo? R: 0.867391

3. Se tienen en existencia 24 chips de computadora. Tres de ellos presentan errores de grabación que no se pueden detectar a simple vista. Se seleccionan e instalan 6 de los chips en equipos. Hallar la probabilidad de que:
a) No se seleccione algún chip con error de grabación. R: 0.403162
b) Se elija más de dos chips con errores. R: 0.009881
c) ¿Cuántos chips con errores se espera instalar? ¿Cuál es la desviación estándar?
R: E(X)= 0.75 V(X)= 0.51358
σ_x=0.7166498

5. Una compañía exportadora de espárragos remite a los mercados europeos grandes lotes de espárragos conteniendo cada uno, 1200 latas. Un lote es rechazado si al revisar 20 latas, elegidas al azar, una a una y sin reposición, se encuentran 5 o más latas defectuosas. Calcule la probabilidad de que:
a) Un lote sea rechazado si se sospecha que éste contiene 240 unidades defectuosas. R: 0.36998
X: Nro de latas lefectuosas en las 20 latas revisadas

Rx : 0, 1, 2, ….., 20

X dist Hiper(N=1200, M = 240, n=20)

P(Rechazar lote) = P(X>=5)

b) Un lote sea aceptado si se sospecha que éste contiene 240 unidades defectuosas. R: 0.630020

DISTRIBUCION DE POISSON

1. Las ventas de automóviles en una ciudad siguen una distribución Poisson con una media de 3 automóviles vendidos por día.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que ningún automóvil se venda en un día específico? R:0.0497871
b) ¿Cuál es la probabilidad de que en un día la venta de autos sea exitosa?. Se sabe que la venta del día es exitosa si se vende al menos dos automóviles.
R: 0.800852
c) ¿Cuál es la probabilidad de que en tres días consecutivos se hayan vendido como mínimo 2 autos?

R:0.9987659

2. Con base en la experiencia, se supone que el número de defectos por pie en rollos de papel bond sigue una distribución Poisson con un promedio de 1 defecto por cada 5 pies de papel. ¿Cuál es la probabilidad que:
a) En un rollo de 1 pie. haya por lo menos dos defectos R: 0.017523
b) En un rollo de 12 pies haya por lo menos un defecto R:0.909282
c) En un rollo de 50 pies haya entre 5 y 7 defectos, inclusive R: 0.190968

3. En un aeropuerto internacional importante los pasajeros llegan de manera aleatoria e independiente al módulo de revisión de pasajeros. La tasa promedio de llegada es de 10 pasajeros por minuto.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que no llegue nadie en un período de 15 segundos? R: 0.0820850

b) ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos haya 1 llegada en un período de 15 segundos?

R:0.91791
5

4. En una central telefónica de una institución pública se registran 2 llamadas en promedio cada 3 minutos.

a) ¿Cuál es la probabilidad que ocurran 5 llamadas en el lapso de 3 minutos?
R: 0.0361
b) ¿Cuál es la probabilidad que ocurran 5 o más llamadas en el lapso de 9 minutos?
R: 0.7149
c) ¿Cuál es la probabilidad que no registren llamadas en 9 minutos?
R:0.0024788

DISTRIBUCIÓN UNIFORME

1. Los pesos del contenido de unas cajas de cereales están uniformemente distribuidos con una media de 35 onzas y un intervalo (recorrido) de 3.4 onzas.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que una caja contenga entre 33.9 y 36.1onzas?
R: $X \sim U(\alpha = 33.3, \beta = 36.7)$
Probabilidad: 0.647058
b) Si se escogen al azar 6 cajas, ¿cuál es la probabilidad de que sólo una de ellas tenga un peso por debajo de 34 onzas?
R: 0.390117

2. Se sabe que las ventas diarias de una empresa (en miles de soles) tienen distribución Uniforme U(100, 200). Se pide:
a) Probabilidad de que las ventas realizadas en un día estén en el intervalo (120,150).
R: 0.30
b) El promedio de ventas y su desviación estándar. R: E(X)=150, V(X)=833.33, σ_x=28.8675
c) Supongamos que el precio (Y) es función de las ventas (X) mediante la expresión Y = 220 - X. Calcular el precio esperado. R: E(Y)=70

3. Los saldos, en soles, en cuenta corriente de un grupo de pequeñas empresas, clientes de un banco, en el mes de marzo, son una variable aleatoria con función de densidad Uniforme en el intervalo [-1000 , 10000] soles.
a) Calcule la probabilidad de que el saldo sea como máximo 7000 soles. R: 0.727273
b) Calcule la probabilidad de que el saldo supere los 7000 soles.
R:0.2727
c) ¿Cuál es el saldo en cuenta corriente máximo con probabilidad 0.80?
R: 7,800
d) ¿Cuál es el saldo en cuenta corriente mínimo con probabilidad 0.80?
R: 1,200
e) Calcule el porcentaje de empresas que tienen saldo deudor. $P(X<0)$
R: 0.09
f) Si se conoce que una empresa tiene un saldo inferior a 4500 soles, ¿cuál es la probabilidad de que este saldo sea superior a 1000 soles?.
R: 0.6363
$P(X>1000/x<4500)= P(1000<x<4500)/P(X,4500)$
4. Un corredor de inmuebles cobra honorarios fijos de 100 dólares más una comisión del 6% sobre el beneficio obtenido por el propietario. Si este beneficio es una variable aleatoria con distribución Uniforme en el intervalo [2000, 12000] dólares.
a) ¿Cuánto espera obtener de utilidad el corredor de inmuebles?. R: E(Y)=520 dólares
E(X)=7,000
b) ¿Cuál es la probabilidad que la utilidad del corredor supere los $580 ?.
R: 0.40

c) ¿Qué utilidad máxima podrá obtener el corredor con probabilidad 0.90?
R: K=760

DISTRIBUCIÓN EXPONENCIAL

1. El tiempo para que se atienda el pedido de una persona en la cafetería de la universidad es una variable con distribución Exponencial con promedio 4 minutos.
   a) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona sea atendida en menos de 3 minutos. R: 0.527633
   b) Hallar la probabilidad de que el tiempo de espera de una persona sea mayor de 3 minutos pero menor de 6 minutos?
   R: 0.249237
   c) ¿Cuántos minutos como máximo tendrá que esperar una persona para que se atienda su pedido con probabilidad 0.90?
   R: K=9.21034
   d) Si un alumno acude 6 veces a la cafetería durante una semana, ¿cuál es la probabilidad de a lo más dos veces haya tenido que esperar más de 5 minutos?
   R:

2. El número de usuarios por hora que ingresan a un cajero automático es una variable con distribución Poisson cuyo promedio es 6.
   a) ¿Cuál es la probabilidad que en media hora, el número de usuarios que ingresaron al cajero sea a lo más 4?
   b) ¿Cuál es la probabilidad de que después de que salga un cliente, llegue otro cuando menos 15 minutos después?
   R: 0.22313
   c) ¿Cuál es la probabilidad de que cuando menos pasen 10 minutos entre las llegadas de dos clientes?
   R: 0.3679

3. El gerente de tienda de una cadena de supermercados afirma que el número de clientes que puede atender una cajera de "ventanilla rápida" es una variable con distribución Poisson con promedio 4 cada 2 minutos.
   a) Hallar la probabilidad de que en 2 minutos la cajera pueda atender a más de 5 clientes.
   R: 0.21487
   b) Hallar la probabilidad de que el tiempo entre una atención y otra sea superior a 45 segundos.
   R: 0.22313
   c) Suponer que la cajera empezó a atender a un cliente, ¿qué tiempo máximo tendrá que esperar el siguiente para que esto ocurra con probabilidad 0.99?.
   R: K=138.155

DISTRIBUCIÓN NORMAL

1. El tiempo necesario para terminar un examen parcial en determinado curso tiene distribución Normal con media igual a 80 minutos y desviación estándar igual a 10 minutos.
   a) ¿Cuál es la probabilidad de que un alumno termine el examen en más de 60 minutos pero en menos de 75 minutos? R: 0.2857879
   b) Suponga que en el grupo hay 60 alumnos y que el tiempo del examen es de 90 minutos. ¿Cuál es la probabilidad de que un alumno no termine el examen a tiempo?
   R: 0.158655
   c) ¿Cuántos no pueden terminar el examen en el tiempo indicado?. R: 10 alumnos

2. Los gastos de viajes semanales que el personal de ventas de una empresa reporta tienen una distribución Normal con media igual a 950.25 soles y desviación estándar igual a 30.35 soles.
   a) Determine el % de los vendedores que reportan gastos superiores a 1000 soles R: 0.050585

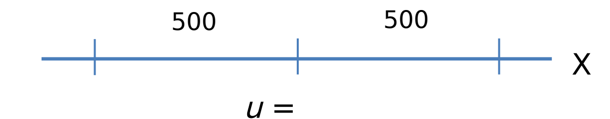
b) Determine cuántos de los 50 vendedores que tiene la empresa reportaran gastos superiores a 1000 soles
R: 3 vendedores

c) El gerente ha ofrecido vacaciones de dos semanas a quien justifique gastos que se encuentren en el 15% inferior. Si Juan Pérez. ha gastado 712 soles, conseguirá las vacaciones?. Justifique su respuesta. R: K= 918.794 . Juan Pérez si debe conseguir las vacaciones.

3. Se cree que las ventas semanales de un determinado detergente tienen una distribución Normal con media igual a 15,000 soles y desviación estándar de 1,000 soles, por semana.

a) ¿Cuál es la probabilidad de vender más de 12,000 soles en una semana? R: 0.9986501

b) ¿Cuál es la probabilidad de que la venta semanal de bolsas difiera de la venta promedio en menos de 500 soles?
R:0.382924

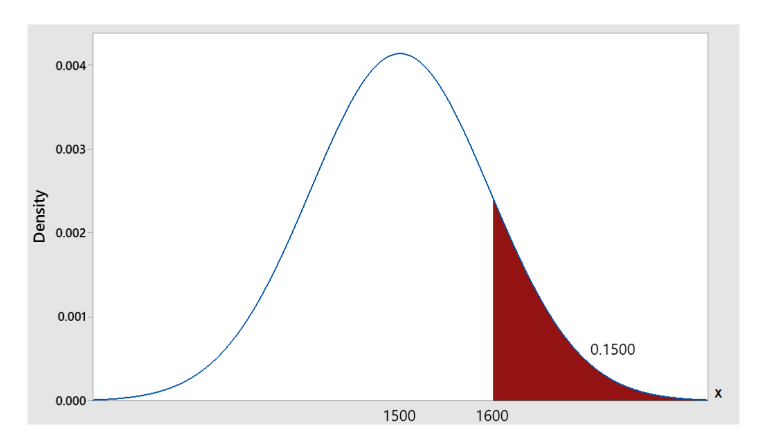


c) Si en la siguiente semana se asegura vender más de 11,000 soles, ¿cuál es la probabilidad de que en esa semana se venda menos de 12,500 soles?
R: 0.0061782

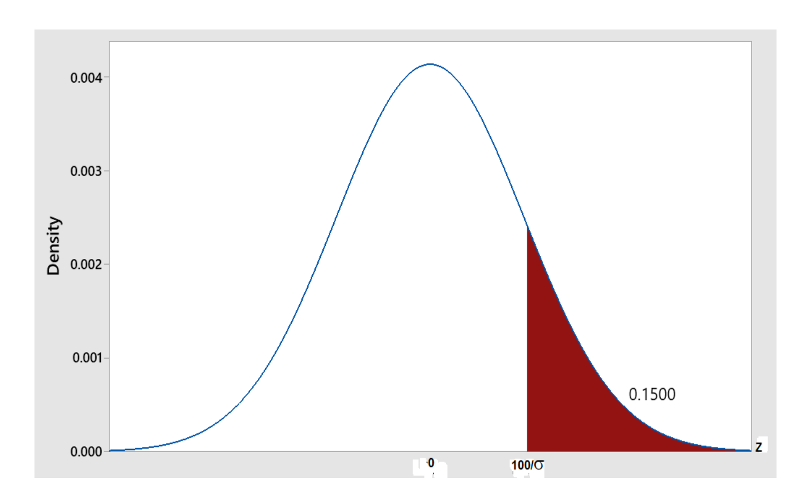
$$P\left(X<12500 \,|\, X>11000\right)=\frac{P(11000<X<12500)}{P(X>11000)}$$

4. Las horas productivas (horas que se han trabajado) por mes en un departamento de administración tienen distribución Normal con media igual a 1500. Se sabe que en el 15% de los meses las horas productivas son más de 1600.

a) ¿Cuál es el valor de la desviación estándar? R: 96.485049



$$P(X>1600)=0.15 \rightarrow \; P\left(\frac{x-\mu}{\sigma}>\frac{1600-\mu}{\sigma}\right)=0.15 \rightarrow \; P\left(z>\frac{100}{\sigma}\right)=0.15$$



$$\rightarrow P\left(z \leq \frac{100}{\sigma}\right)=0.85 \quad \rightarrow F\left(\frac{100}{\sigma}\right)=0.85 \quad \rightarrow \left(\frac{100}{\sigma}\right)=F^{-1}(0.85)=1.036 \rightarrow \sigma=96.5251$$

Entonces: $X \; N(1500, 96.5251^2)$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que en un mes se trabajen entre 1450 y 1550 horas? R: 0.395692

$$P(1450<X<1550)=0.3955$$

c) Si se seleccionan 5 meses al azar, ¿cuál es la probabilidad de que en 3 de ellos se hayan trabajado entre 1450 y 1550 horas? R: 0.226250

X: Número de horas trabajadas por mes. $X \; N(1500, 96.5251^2)$

Y: Número de meses en los que se trabajó entre 1450 y 1550 horas (de los 5 seleccionados)

$Rx=\{0,1,2,3,4,5\}$

P=P(Éxito)= $P(1450<X<1550)=0.3955$

$$Y \; B(n=5; p=0.3955)$$

$$P(Y=3)=0.2261$$

d) Si se seleccionan 5 meses al azar, ¿cuál es la probabilidad de que en más de 3 de ellos se hayan trabajado entre 1450 y 1550 horas?

X: Número de horas trabajadas por mes. $X \; N(1500, 96.5251^2)$

Y: Número de meses en los que se trabajó entre 1450 y 1550 horas (de los 5 seleccionados)

$Rx=\{0,1,2,3,4,5\}$

P=P(Éxito)= $P(1450<X<1550)=0.3955$

$$Y \; B(n=5; p=0.3955)$$

$$P(Y>3)=P(Y \geq 4)=0.\mathbf{08363}$$

5. Los costos de mantenimiento semanal de cierta fábrica registrados durante un largo periodo, tienen una distribución Normal con una media igual a 1,680 soles; además se sabe que 0.30 es la probabilidad de que el costo de una semana sea como máximo 1,627.56 soles.

a) Hallar el valor de la desviación estándar de la distribución Normal.
R: 100

X Dist N(1680, σ^2)

P(X <=1627.56) = 0.30

P((x-u)/σ <= (1627.56-u)/ σ) = 0.30

P(z <= -52.44/ σ) = 0.30

F(-52.44/ σ) = 0.30 en Z dist N(0, 1)

-52.44/ σ = F^{-1}(0.30) bajo Z

-52.44/ σ = -0.5244 entonces σ =100 $\sigma^2 = 100^2$

b) Hallar la probabilidad de que el costo de una semana se diferencie del promedio en no más de 150 soles.
R: 0.8663858
c) ¿Cuál será el costo semanal máximo que se observará en una semana con probabilidad 0.75?
R: 1,747.45

6. El tiempo que tarda una pizzería en preparar uno de sus productos tiene distribución Normal con una media igual a 12.3 minutos y una desviación estándar igual a 1.7 minutos. Para atraer clientes se ha pensado en diseñar una campaña publicitaria en la que se ofrece que la pizza sería gratis si pasan más de 15 minutos desde que se formula el pedido hasta que se recibe. ¿Qué porcentaje de pizzas no se cobrarían por ese motivo? R:0.056117 = 5.6117%

7. Los gastos de publicidad que tienen el personal por la introducción en el mercado de un nuevo producto se distribuyen normalmente por semana con una media de 950 dólares y una desviación igual a 80 dólares.
a) El gerente de ventas ha decidido premiar con una bolsa de viajes al personal de mercadeo si los gastos que realiza se encuentran en el 5% inferior. Si uno de los miembros del equipo en particular ha gastado 912 dólares, conseguirá la bolsa de viaje?
R:K=818.412 (no consigue la bolsa de viajes).
b) ¿Qué porcentaje de trabajadores tiene gastos mayores 900 dólares?
R: 0.7341

8. Se supone que el peso del contenido de un paquete de café Sabor es una variable con distribución Normal con desviación estándar de σ = 0.04 kilogramos. Se sabe que sólo 2% de los paquetes tienen un peso menor a 4 kilogramos.
a) Halle el peso promedio y luego calcule el porcentaje de paquetes de café Sabor con un peso superior a 4.13 kilogramos. R: Media=4.08215,Probabilidad=11.58 %
b) De acuerdo con su peso, los paquetes de café Sabor se clasifican en 3 categorías, como sigue:
Categoría A (los más livianos) son el 10%, Categoría B (los de peso intermedio) son el 85% y el 5% restante (los más pesados) están en la categoría C. Calcule los valores límite del peso en cada categoría (en kilogramos).
R: K1= 4.03089, K2=4.14794

9. Las ventas de un artículo tienen distribución Normal. Se sabe que el 20% de las ventas son superiores a 1857.46 soles y que el 70% de las ventas son como máximo 1571.96 soles.
a) Calcular la media y desviación estándar de la distribución Normal.
R: Media: 1,100, desviación estándar: 900

b) ¿Qué porcentaje de las ventas serán como máximo 1400 soles? R: 63.0559%

10. Un comerciante vende dos tipos de productos. El producto A, cuyo peso es una variable con distribución Normal con μ = 20 kilogramos y σ = 2 kilogramos; y el producto B, cuyo peso también es una variable con distribución Normal con μ = 30 kilogramos y σ = 3 kilogramos; igualmente se tiene el producto C cuyo peso también se ajusta a una distribución Normal con μ = 50 kilogramos y σ = 4 kilogramos.

a) ¿Cuál es la probabilidad que el peso total de un producto A y de un producto B mayor a 48 kilogramos? R: 0.710448

P(Y>48)=**0.7105**

$$Y \; N(50, 3.6055^2)$$

b) ¿Cuál es la probabilidad que el peso total de un producto A, un producto B y un producto C sea como máximo 95 kilogramos?
R: 0.176573
Y = X1 + X2 + X3

$$Y \; N(100, 5.3851^2)$$

P(Y<= 95)=**0.1766**

c) ¿Cuál es el peso total máximo de un producto A, uno B y uno C, con probabilidad igual a 95%?

R:K=108.858

P(Y<= k)=0.95 F(k) = 0.95 k = F^{-1}(0.95) = **108.9**

11. El monto de préstamo que se solicita al banco GBBV (en miles de dólares) es una variable aleatoria con distribución Normal con una media igual a 70 mil dólares. Se sabe que el 2% de solicitudes tienen un monto menor a 38 mil dólares.

a) Defina la variable aleatoria y el valor de sus parámetros.
b) Calcule la probabilidad de que el monto de préstamo solicitado sea por lo menos 80 mil dólares.
c) Se seleccionan al azar 10 solicitudes de préstamo de forma independiente, calcule la probabilidad de que a lo más 4 de ellas sean por un monto de préstamo mayor a 80 mil dólares.
d) Las solicitudes de préstamo al banco GBBV se clasifican de acuerdo a lo siguiente:
Categoría C: corresponden al 10% inferior; **categoría A**: corresponden al 10% superior del monto de los préstamos solicitados, y el resto corresponden a la **categoría B**.
Calcule entre qué montos debe estar la solicitud de préstamo para que ésta sea clasificada de categoría B.

PROBLEMAS DIVERSOS

1. En un estudio realizado sobre el tiempo de duración (en años) de cuatro componentes eléctricos (Tipo A, Tipo B, Tipo C y Tipo D), se determinó que el tiempo de vida de los **componentes Tipo A** tiene la siguiente función de densidad de probabilidad:

$$f(x) = \begin{cases} kX & si: 0 \le X \le 6 \\ 0 & en \ otro \ caso \end{cases}$$

Asimismo, se llegó a la conclusión que:

- La duración (en años) de los **componentes Tipo B** tiene una distribución normal con una media de 5 años y una desviación estándar de 1.5 años.
- La duración (en años) de los **componentes Tipo C** tiene una distribución exponencial con una media de 4 años.
- La duración (en años) de los **componentes Tipo D** tiene una distribución normal con una desviación estándar igual a 2; asimismo ,se sabe que la probabilidad que un componente eléctrico dure como máximo 8 años es igual a 69.1462 %

a) Considerando la distribución de la duración de los componentes eléctricos **Tipo A**, Halle el valor de la constante ***k*** e indique qué propiedad utilizó.
R:1/18

b) Hallar la duración media (en años) de los componentes eléctricos **tipo A.**
R:E(X)=4

c) Hallar el coeficiente de variación de la duración de los componentes eléctricos **tipo A.**
R:CV=35.355%

d) Si se elige al azar un componente eléctrico **tipo B**, del cual se sabe que tiene una duración superior a 2.5 años, ¿Cuál es la probabilidad de que su duración no supere los 4 años? R: 0.214976

e) Si se eligen al azar 5 componentes eléctricos **tipo C**, halle la probabilidad de que exactamente 2 de ellos tengan una duración inferior a 3.5 años.
R: 0.246331

f) ¿Cuál es la duración media de los componentes eléctricos **tipo D**?
R: 7

g) ¿Cuál es la duración mínima (tiempo en años) del 10% de los componentes eléctricos **tipo D** que presentaron mayor duración?. Presente la gráfica correspondiente.
R: 9.56310

h) ¿Cuál de los dos tipos de componente eléctrico (**A o B**) presentó mayor homogeneidad en su distribución? Indique los valores numéricos que sustenten su respuesta. CV_A = 35.355% , CV_B = 30 %

2. Un contratista estima las probabilidades del número de días necesarios para concluir un proyecto como sigue:

X	27	28	29	30	31	32
p(x)	0,05	0,15	0,25	0,40	0,10	0,05

El proyecto tiene un costo fijo de $ 2000 y debe concluirse en 30 días. Si termina en menos de 30 días habrá un ahorro de $ 200 por cada día por debajo de 30; pero si se termina en más de 30 días habrá un sobrecosto de $ 300 por cada día por encima de 30. Calcule el costo esperado del proyecto y su desviación estándar.
R: E(C)=1,920, V(C)=72,600, σ_C=269.4439

3. Una empresa inmobiliaria que opera actualmente en Lima está rematando un paquete de 4 casas construidas de 2 pisos en el distrito de Santa Anita al precio de $100000 por todo el paquete. Un comprador podrá vender las casas al precio de $40000 cada una si no tiene defectos de construcción, pero cada casa que presente “defectos de construcción” la podrá vender a $10000. Teniendo en cuenta experiencias pasadas en eventos similares, Ricardo Tasador, un comprador bien informado asigna probabilidades de 0.1, 0.6, 0.15, 0.1 y 0.05 a las posibilidades de encontrar 0, 1, 2, 3 y 4 casas con “defectos de construcción” en el paquete que compra. Si la empresa inmobiliaria no permite ninguna inspección antes de vender el paquete de casas:

a) ¿Cuántas casas con “defectos de construcción” esperaría encontrar Ricardo si compra el paquete?

R:1.4

b) Encuentre la utilidad que esperaría tener el comprador. ¿Le convendría comprar el paquete? R: Utilidad esperada: 18,000 (si le convendría pues la utilidad esperada es positiva).

4. Sea X la variable aleatoria que representa el número de ventas que realiza una empresa por día, cuya función de probabilidad está dada por:

$$f(\mathrm{x}) = \mathrm{K}\, C_x^5;\ \ x = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$$

a) Determine el valor de la constante *k* para que *p(x)* sea una función de probabilidad.

X	0	1	2	3	4	5	Total
f(x)	K	5K	10K	10K	5K	K	1

R: K=1/32

b) Si al medio día de hoy la empresa realizó a lo más 4 ventas, cuál es la probabilidad que al final del día logre realizar 2 ventas?
R:10/31=0.3226

c) Para cubrir las necesidades de comercialización de sus productos en un día, esta empresa incurre en un costo fijo de 50 unidades monetarias; igualmente, por cada artículo que logra vender en el día, asume un costo adicional de 4 unidades monetarias. Determine el costo esperado de dicha empresa en un día.

R: E(C) = 60 y E(X)= 2.5

5. Sondeos de mercado realizados por un fabricante sobre la demanda de un producto indican que la demanda proyectada debe considerarse una variable aleatoria X con valores entre 0 y 25 toneladas. La función de probabilidad de X es:

$$f(X) = 3X^2/25^3 \qquad 0<x<25$$

a) Construir la función de distribución de X. R: $F(X) = 1/25^3\, X^3$

b) Hallar la probabilidad de tener una demanda inferior a 15 toneladas. R:0.216

c) ¿Cuál es la probabilidad de tener una demanda entre 10 y 20 toneladas? R:0.448

d) Hallar la demanda esperada y su variación relativa.
R: E(X)= 18.75, R: $E(X^2)$= 375, V(X)= 23.4375, σ_x=4.841229, CV(X)= 25.82%

6. Una empresa ha calculado que las ventas (V) y los costos unitarios (C) están relacionados con el índice de precios al consumidor (X) mediante las siguientes ecuaciones:

$$C = \frac{1}{3}(x+2) \qquad V = \frac{1}{3}(19-x)$$

Si el índice de precios al consumidor es una v. a. con función de densidad:

$$f(x) = \frac{2}{99}x \quad 1 \le x \le 10$$

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la utilidad sea negativa?

R: U=Utilidad= (17 – 2X)/3 ,
Probabilidad=0.2803

b) Hallar la utilidad esperada. R: : E(X)=6.73, : E(U)=1.18

1. Las pérdidas (en millones de soles) debido a incendios en una galería comercial se pueden considerar una variable aleatoria X con función de probabilidad:

$$f(x) = \begin{cases} k(20-x) & 0<x\leq 20 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Determinando previamente el valor de la constante k, construya la función de distribución de X.

R:1/200
Integral (f(x) dx) = 1 Integral entre 0 y 20 (k(20-x) dx) = 1 k.Integral entre 0 y 20 ((20-x) dx)=1
k.200 =1 k=1/200

b) Al producirse un incendio, ¿Cuál es la probabilidad de que las pérdidas superen los 8 millones de soles?
R: 0.36
P(X > 8)= integral entre 8 y 20 (1/200(20-x) dx) = 0.36

c) Al producirse un incendio, ¿Cuál es la probabilidad de que las pérdidas estén entre 5 y 8 millones de soles?
R: 0.2025

d) El administrador de una galería afirma que al producirse un incendio se espera una pérdida de 10 millones de soles, ¿encuentra usted exagerada la afirmación del administrador de la galería?.
R: E(X)= 6-6667

2. Los ingresos diarios que tienen las tiendas que comercializan útiles escolares y de oficina en las galerías de un centro comercial son una variable aleatoria, expresada en miles de soles, cuya función de densidad es la siguiente:

$$f(x) = \frac{3}{2}x - \frac{3}{4}x^2 \qquad 0<x<2$$

a) Hallar la Función de Distribución: F(x) de X.
b) Hallar la probabilidad de que en un día las tiendas tengan ingresos superiores a 1000 soles. R:0.50
c) Si el ingreso de una de las tiendas en un día es superior a 900 soles, ¿cuál es la probabilidad de que no sobrepase los 1500 soles?
R: 0.73

3. El precio que se fija para cierto tipo de valor tiene distribución Normal con media μ = \$50.00 y desviación σ = \$5.00. Los compradores desean pagar una cantidad que también tiene distribución Normal con media μ = \$45.00 y σ = \$2.50. ¿Cuál es la probabilidad de que tenga lugar una transacción?.
R: 0.185548

4. Se dispone de dos componentes electrónicos, Marca A y Marca B, que realizan la misma función pero son de distinto fabricante. Ambos fabricantes garantizan que la duración media de sus componentes es de 6 años, con varianza igual a 3. El primer fabricante asegura que la duración del componente es una variable aleatoria con distribución Uniforme Continua; el segundo afirma que la duración de su componente tiene distribución Normal. ¿Qué marca se debe elegir si se quiere que el componente dure al

menos 7 años?
R: Probabilidad que el componente marca A dure al menos 7 años – distribución Uniforme Continua: 0.33333, Probabilidad que el componente marca B dure al menos 7 años - distribución Normal: 0.281857. La probabilidad de que el componente dure al menor 7 años es mayor en el caso del componente marca A (que tiene distribución Uniforme Continua).

5. En una tienda comercial se ha observado que se efectúa una venta cada 75 segundos.
   a) Considerando el modelo de probabilidad adecuado, halle la probabilidad que en un intervalo de un minuto se efectúe más de dos ventas.
   R:0.0474
   b) Si se eligen al azar y de forma independiente 2 intervalos de tres minutos cada uno, halle la probabilidad que en ambos intervalos se efectúe no más de dos ventas.
   R:0.3246
6. La cantidad neta de arroz, en kg., que envasa una máquina marca Alfa es una variable aleatoria distribuida normalmente con una media de 50 kg y una desviación estándar de 0.5 kg.
   a) ¿Cuál es la probabilidad que una bolsa seleccionada al azar tenga un peso mayor de 51 kg.? R: 0.02275
   b) Encuentre el peso mínimo y máximo que debe tener una bolsa para estar comprendido en el 90% central de la distribución de las cantidades envasadas en esta máquina. R: $K_1 =$ 49.1776 y $K_2 =$ 50.8224
   c) Si se inspecciona 4 bolsas, encuentre la probabilidad de que al menos dos de ellas tengan un peso mayor de 51 kg.
   R:0.003012
7. El tiempo X que se demora la atención de un cliente es una variable aleatoria distribuida uniformemente con media igual a 15 minutos y un intervalo (recorrido) igual a 10 minutos. Calcular:
   a) La probabilidad que la atención a un cliente demore entre 13 y 16 minutos.
   R:0.3
   b) Se sabe que el costo (en soles) en el que se incurre para la atención de un cliente es Y = 2X - 6. Calcular la probabilidad que dicho costo ascienda como máximo a 30 soles. R:0.80
   c) Hallar el costo esperado.
   R:24
8. Cierto aparato registra el nivel de saturación de la red eléctrica en una comarca. El error relativo porcentual de la medida dada por el aparato es una variable aleatoria continua X **con función de distribución acumulada:**

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 1 - (1 - x)^2 & \text{si } 0 < x < 1 \\ 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Determinar:
   a) La función de densidad de probabilidad de la variable X. R: f(X)=2-2X
   b) La probabilidad de que una medida tenga un error entre el 0.1% y el 0.2%. R: 0.17
   c) El error relativo esperado. R:E(X)= 1/3